

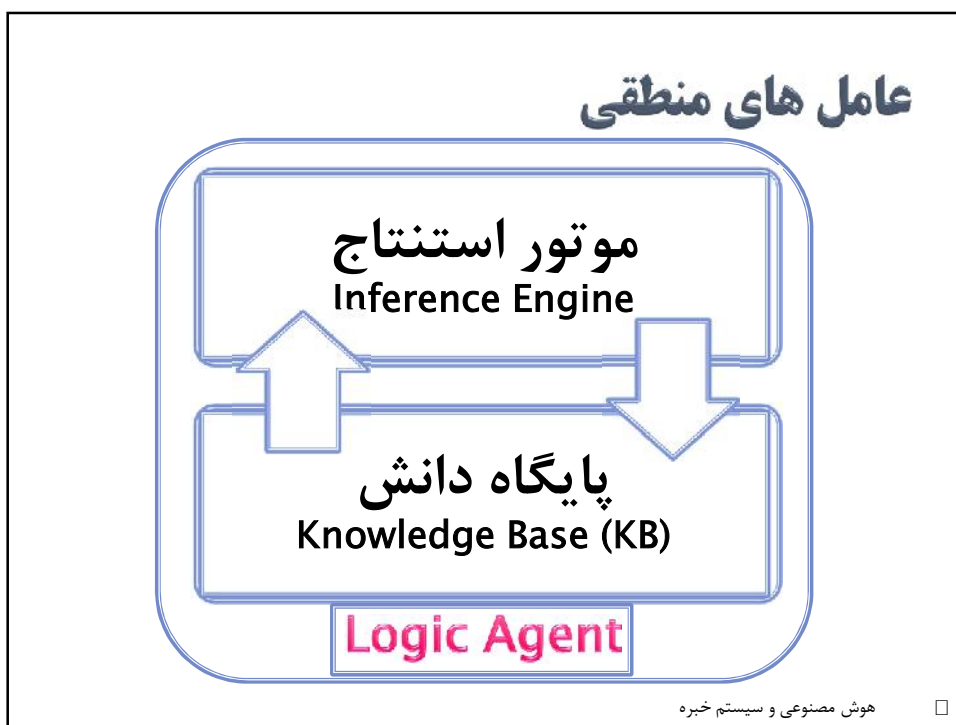


منطق گزاره ها (عامل منطقی)

دانشگاه صنعتی قوچان

محمدحسین سیگاری

هوش مصنوعی و سیستم خبره



پایگاه دانش

- ▶ پایگاه دانش:
 - ▶ مجموعه ای از جملات (sentences)
 - ▶ هر جمله اطلاعاتی یا ادعایی را در مورد محیط بیان می کند
 - ▶ بیان جملات در پایگاه دانش، به زبان نمایش دانش (Knowledge Representation Language) است. (برای فهم کامپیوتر)
 - ▶ افزودن اطلاعات به KB با استفاده از TELL
 - ▶ بازیابی اطلاعات از KB با استفاده از ASK
 - ▶ پایگاه دانش، زبان نمایش دانش و دانش نهفته در آن به نوع مسئله وابسته است
- Domain Dependent (Domain Specific)**

هوش مصنوعی و سیستم خبره



موتور استنتاج

- ▶ موتور استنتاج:
 - ▶ روشی برای استدلال و استخراج اطلاعات جدید از اطلاعات قبلی
 - ▶ هنگامیکه از عامل منطقی سوالی شد (ASK)، پاسخ باید به گونه ای باشد که از آنچه قبلا به KB گفته شده (TELL) پیروی (Follow) کند
 - ▶ پیروی (Follow): انجام عملیات استنتاج تحت مقرارت خاص
 - ▶ موتور استنتاج مستقل از نوع مسئله است
- Domain Independent**

هوش مصنوعی و سیستم خبره



عامل منطقی

► عامل های منطقی در دو سطح مورد توجه قرار می گیرند:

► سطح دانش (Knowledge Level)

◦ دانش (اطلاعات) عامل چیست؟

◦ هدف چیست؟

► سطح پیاده سازی (Implementation Level)

◦ ساختمان داده مورد استفاده برای نمایش دانش در KB

◦ نحوه پیاده سازی موتور استنتاج (روش استنتاج)

هوش مصنوعی و سیستم خبره



انواع زبان های برنامه نویسی

► زبان های رویه ای (Procedural)

◦ مناسب برای بیان رفتار یا عملکرد

◦ تبعیت از دیدگاه کارکردی (Functionalism)

◦ مانند: C, C++, Pascal, Basic, C#, Java و LISP

LISP Programming

► زبان های اعلانی (Declarative)

◦ مناسب برای بیان دانش و ساختارها

◦ تبعیت از دیدگاه ساختاری (Structuralism)

◦ مانند: PROLOG

PROgramming LOGic

هوش مصنوعی و سیستم خبره



جهان WUMPUS

4	Stench		Breeze	PIT
3	Stench	Breeze	PIT	Breeze
2	Stench		Breeze	
1	START	Breeze	PIT	Breeze
	1	2	3	4

هوش مصنوعی و سیستم خبره □

جهان WUMPUS

- بررسی معیارهای PEAS برای جهان Wumpus
- ارزیابی کارایی (Performance)
 - یافتن طلا +۱۰۰۰
 - افتادن در گودال -۱۰۰۰
 - خورده شدن توسط Wumpus -۱۰۰۰
 - پرتاب تیر -۱۰
 - انجام هر حرکت ۱ -
- محیط (Environment)
- عملگرها (Actuators)
- حسگرها (Sensors)

هوش مصنوعی و سیستم خبره □

جهان WUMPUS

► بررسی معیارهای PEAS برای جهان Wumpus

► ارزیابی کارایی (Performance)

► محیط (Environment)

- یک محیط مربعی 4×4 ، شروع از مربع (۱و۱) و جهت عامل به سمت بالا
- مکان طلا به صورت تصادفی و با توزیع یکنواخت در هر نقطه غیر از مربع شروع است. جایی که طلا باشد درخشش وجود دارد.
- مکان Wumpus به صورت تصادفی و با توزیع یکنواخت در هر نقطه غیر از مربع شروع است. جایی که Wumpus باشد، در آنجا و در همسایه های غیرقطری آن بوی تعفن وجود دارد
- هر مربع غیر از مربع شروع با احتمال 0.2 گودال است. در همسایه های غیرقطری آن نسیم می وزد

► عملگرها (Actuators)

► حسگرها (Sensors)

هوش مصنوعی و سیستم خبره



جهان WUMPUS

► بررسی معیارهای PEAS برای جهان Wumpus

► ارزیابی کارایی (Performance)

► محیط (Environment)

► عملگرها (Actuators)

- Forward: حرکت به جلو (حرکت به جلو در مواجهه با دیوار هیچ اثری ندارد)
- Turn Right: چرخش به راست به اندازه 90 درجه
- Turn Left: چرخش به چپ به اندازه 90 درجه
- Grab: برداشتن شی
- Shoot: تیراندازی. عامل فقط یک تیر دارد، بنابراین فقط اولین تیراندازی موثر است. تیر در خط مستقیم حرکت کرده و مستقیم می رود تا به هدف یا دیوار بخورد

► حسگرها (Sensors)

هوش مصنوعی و سیستم خبره



جهان WUMPUS

بررسی معیارهای PEAS برای جهان Wumpus

ارزیابی کارایی (Performance)

محیط (Environment)

عملگرها (Actuators)

حسگرها (Sensors)

[stench,breeze,glitter,bump,scream]

{جیغ، برخورد به دیوار، درخشش، نسیم، بوی تعفن}

تشخیص بوی تعفن

تشخیص وزش نسیم

تشخیص درخشش طلا

تشخیص برخورد با مانع (دیوار)

تشخیص صدای جیغ Wumpus بعد از کشته شدن آن

پس از کشته شدن Wumpus، جیغ بلندی کشیده می شود که در همه جا قابل شنیدن است

هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[1,1] > [none,none,none,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited

OK			
OK	OK		

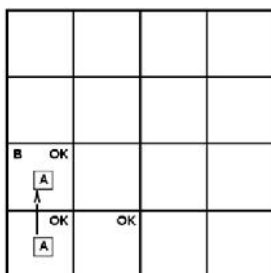
هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[1,2] > [none,breeze,none,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited



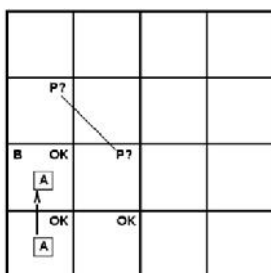
هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[1,2] > [none,breeze,none,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited



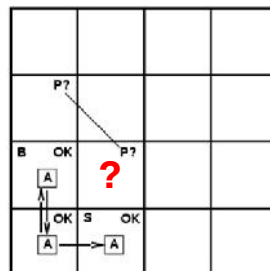
هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[2,1] > [stench,none,none,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited



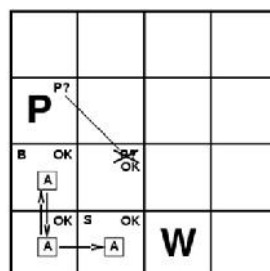
هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[2,1] > [stench,none,none,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited



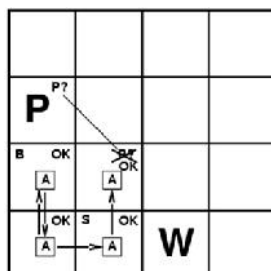
هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[2,2] > [none,none,none,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited



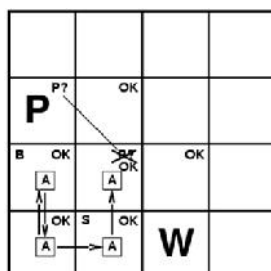
هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[2,2] > [none,none,none,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited



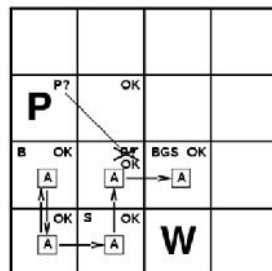
هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

[3,2] > [stench,breeze,glitter,none,none]

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited



Score:990

هوش مصنوعی و سیستم خبره



کاوش در جهان Wumpus

▶ اطلاعات اولیه KB در جهان Wumpus:

- عامل در نقطه (۱و۱) می باشد
- جهت عامل به سمت بالا
- گودال و Wumpus در نقطه (۱و۱) وجود ندارند.

▶ تکمیل اطلاعات KB با کاوش جهان توسط عامل

- نحوه کاوش عامل نیازمند نوعی استدلال منطقی است

▶ اگر اطلاعات موجود در KB درست باشد، تضمین می شود که نتیجه گیری

حاصل از آن نیز درست خواهد بود

هوش مصنوعی و سیستم خبره



عامل منطقی

موتور استنتاج

پایگاه دانش

☐	☐
☐ نتیجه گیری از اطلاعات	☐ شامل یکسری اطلاعات (جمله)
☐ تکمیل اطلاعات	☐ بیان اطلاعات با زبان معین
☐ مستقل از مسئله	☐ وابسته به مسئله

هوش مصنوعی و سیستم خبره



زبان رسمی (Formal Language)



► نحو (syntax): نحوه قرار گرفتن اجزای جمله را بحث می کند
◦ جملاتی که از نظر نحوی صحیح باشند را خوش فرم (well-formed) گویند

► معنا (semantic): معنای جمله را بحث می کند
◦ جملاتی که از نظر معنایی، قابل پذیرش زبان نیستند، جزو زبان محسوب نمی شوند

هوش مصنوعی و سیستم خبره



زبان رسمی (Formal Language)

➤ نحو: ◦ جمله صحیح: حامد کتاب را برد ◦ جمله غلط: حامد را برد کتاب ➤ معنا: ◦ جمله صحیح: حامد کتاب را برد ◦ جمله غلط: کتاب حامد را برد	➤ نحو: ◦ جمله صحیح: $x+y=5$ ◦ جمله غلط: $=x5y+$ ➤ معنا: ◦ جمله صحیح: $x+5=y$ ◦ جمله غلط: $\sin(x)=5$
زبان فارسی	زبان ریاضی

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق (Logic)

منطق، درستی یا نادرستی هر
جمله را در یک جهان (مدل)
دلخواه تعیین می کند



هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق (Logic)

► منطق، درستی یا نادرستی هر جمله را در یک جهان ممکن (دلخواه) تعیین می کند!!!! **منطق فازی چنین نیست!**

► بیان دیگر:

- جمله α مفروض است
- مدل m مفروض است
- منطق: بررسی این مطلب که مدل m در α صدق می کند یا خیر؟

► مثال: منطق ریاضی

- جمله ای مانند $x+y=5$ α
 - مدلی مانند $x=4$ و $y=3$ m
- مدل m در α صدق نمی کند**

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استلزام (Entailment)

► استلزام: یعنی پیروی کردن یک جمله منطقی از جمله ای دیگر

$$a \models b$$

► بیان دیگر:

- جمله a استلزام جمله b است
- جمله a جمله b را ایجاد می کند
- هر مدلی که جمله a در آن درست باشد، جمله b نیز درست است
- اگر جمله a درست باشد، b نیز درست است
- اگر مدل m مفروض باشد، می توان گفت

$$(A \mid \quad) \rightarrow$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استلزام (Entailment)

► در عامل منطقی، می‌گوییم KB جمله b را ایجاد می‌کند (KB استلزام جمله b است) اگر جمله b در هر مدلی که KB درست است، درست باشد

$$a \models b$$



$$KB \models b$$

مثال: استلزام در جهان Wumpus

► وضعیت زیر از جهان Wumpus را فرض کنید

$[1,1] > [\text{none}, \text{none}, \text{none}, \text{none}, \text{none}]$

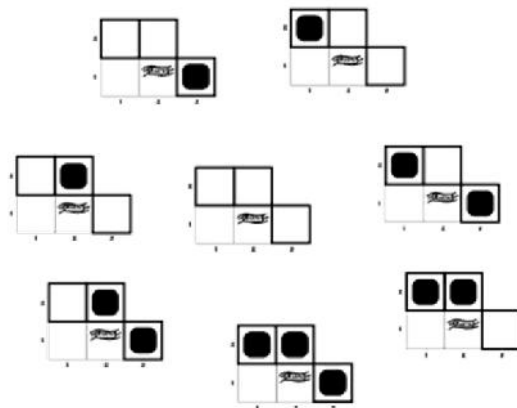
$[1,2] > [\text{none}, \text{breeze}, \text{none}, \text{none}, \text{none}]$

A=Agent
OK=Safe
B=Breeze
G=Glitter
P=Pit
S=Stench
W=Wumpus
V=Visited

?	?			
A	B	?		

مثال: استلزام در جهان Wumpus

- در این وضعیت، برای سه مکان (۱و۲)، (۲و۲) و (۳و۱) از نظر وجود چاله، هشت حالت مختلف می‌توان متصور بود (جدا از بحث درستی هر کدام)

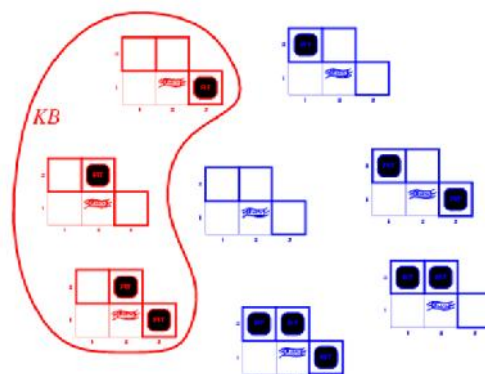


هوش مصنوعی و سیستم خبره



مثال ۱: استلزام در جهان Wumpus

- KB = Wumpus World Rules + Observation

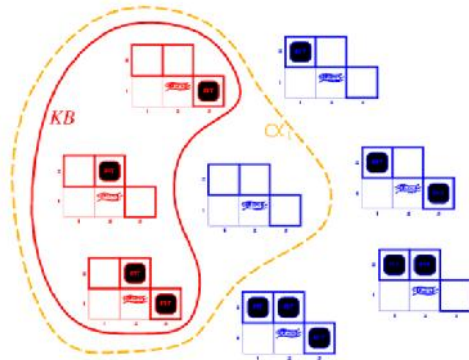


هوش مصنوعی و سیستم خبره



مثال ۱: استلزام در جهان Wumpus

- ▶ $KB = \text{Wumpus World Rules} + \text{Observation}$
- ▶ $\alpha_1 = "[1,2] \text{ is safe}"$



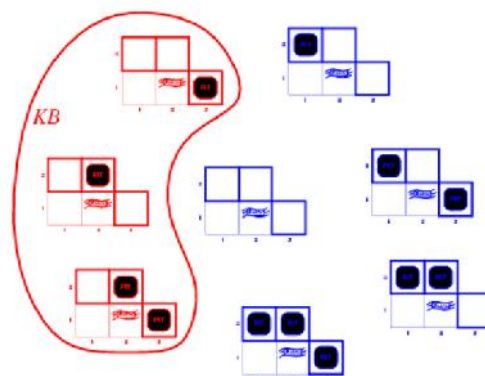
$KB \models \alpha_1$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



مثال ۲: استلزام در جهان Wumpus

- ▶ $KB = \text{Wumpus World Rules} + \text{Observation}$

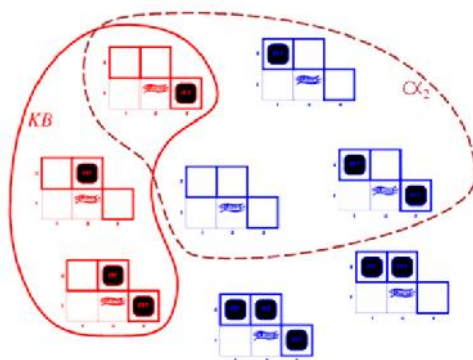


هوش مصنوعی و سیستم خبره



مثال ۲: استلزام در جهان Wumpus

- ▶ $KB = \text{Wumpus World Rules} + \text{Observation}$
- ▶ $\alpha_2 = "[2,2] \text{ is safe}"$



$KB \not\models \alpha_2$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استلزام و استنتاج

- ▶ مجموعه پیامدهای یک KB همانند یک انبار کاه و جمله α همانند یک سوزن در آن است. استلزام و استنتاج α از KB همانند یافتن سوزن در انبار کاه است!!!

- ▶ در مثال های قبل، از روش کنترل مدل (model controller) برای استنتاج استفاده شد.

° در این روش تمام مدل های ممکن شمارش شده و درستی هر مدل مورد ارزیابی قرار می گیرد تا در نهایت مشخص شود که آیا $KB \models \alpha$ برقرار هست یا خیر.

هوش مصنوعی و سیستم خبره



بزرگی فضای حالت یک مدل

► فرض کنید علاوه بر وجود چاله در خانه های (۱و۲)، (۲و۳)، و (۳و۱)، وجود Wumpus و طلا هم در این خانه ها مورد بحث باشد. چند حالت (مدل) مختلف خواهیم داشت؟ برای هر خانه حالت های زیر مفروض است:

Pit	- چاله باشد - چاله نباشد
Wumpus/Gold	- Wumpus باشد - طلا باشد
Wumpus	طلا نباشد
Gold	- Wumpus نباشد - طلا باشد
Safe	طلا نباشد

$$5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ states}$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استنتاج و استنتاج

$$KB \models_i \alpha$$

- α توسط الگوریتم استنتاج i از KB مشتق می شود
- الگوریتم استنتاج i را از KB مشتق می کند

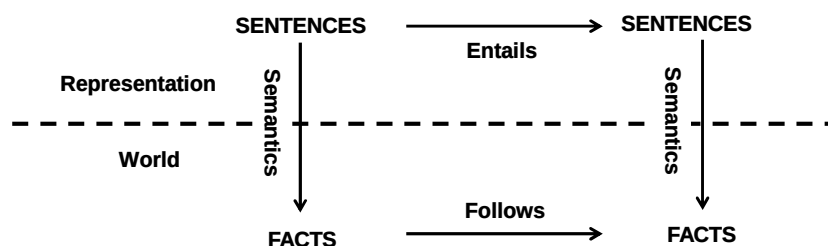
► استنتاج Sound یا Truth Preserving

- استنتاجی که فقط جملات استنتاجی را از KB مشتق کند
- i is **sound** if whenever $KB \models_i \alpha$, it is also true that $KB \models \alpha$
- استنتاج کامل (Complete)
- استنتاجی که بتواند تمام جملات قابل استنتاج از KB را مشتق کند
- i is **complete** if whenever $KB \models \alpha$, it is also true that $KB \models_i \alpha$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استنتاج و استنتاج



► اگر KB در دنیای واقعی (حقایق) صحیح باشد، آنگاه هر جمله α که توسط یک استنتاج sound از KB مشتق شود، در دنیای واقعی (حقایق) صحیح خواهد بود.

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استنتاج و استنتاج

استنتاج خوب

مانع (Sound)

- تضمین عدم تولید دانش جدید متناقض با دانش فعلی KB

جامع (Complete)

- تضمین استفاده از کل دانش فعلی KB برای تولید دانش جدید

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق گزاره ها

Propositional Logic

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق گزاره ها

▶ منطق گزاره ها = Propositional Logic

▶ ساده ترین منطق موجود

▶ همان منطق بولی موجود در کامپیوترها

▶ شامل دو بخش

◦ نحو: بررسی مجاز یا غیرمجاز بودن جملات

◦ معنا: بررسی درستی جملات

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق گزاره ها: نحو

▶ جملات اتمیک (گزاره ها)

- یک نماد که نشان دهنده یک گزاره است. هر گزاره ممکن است صحیح یا غلط باشد
- مثال: $P_{1,3}$ می تواند به معنی وجود چاله در مکان (1,3) باشد.

▶ رابط های منطقی: برای تشکیل جملات پیچیده (Complex)

- نقیض $\neg A$: (negation – not)
- ترکیب عطف $A \wedge B$: (conjunction – and)
- ترکیب فصل $A \vee B$: (disjunction – or)
- ترکیب ایجاب (شرطی) – قانون $A \Rightarrow B$: (implication – condition – if)
- ترکیب دو شرطی $A \Leftrightarrow B$: (biconditional – if and only if – iff)

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق گزاره ها: نحو

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	F	T	T	F
T	F	F	F	T	F	F
T	T	F	T	T	T	T

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق گزاره ها: نحو

گرامر منطق گزاره ها

- ▶ $\text{Sentence} \rightarrow \text{AtomicSentence} \mid \text{ComplexSentence}$
- ▶ $\text{AtomicSentence} \rightarrow \text{True} \mid \text{False} \mid \text{Symbol}$
- ▶ $\text{Symbol} \rightarrow A, B, C, \dots$
- ▶ $\text{ComplexSentence} \rightarrow \neg \text{Sentence}$
- ▶ $\mid (\text{Sentence} \wedge \text{Sentence})$
- ▶ $\mid (\text{Sentence} \vee \text{Sentence})$
- ▶ $\mid (\text{Sentence} \Rightarrow \text{Sentence})$
- ▶ $\mid (\text{Sentence} \Leftrightarrow \text{Sentence})$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق گزاره ها: نحو

ترتیب اولویت عملگرها از بیشترین (چپ) به کمترین (راست)

- ▶ $\neg, \wedge, \vee, \Rightarrow, \Leftrightarrow$

وجود پرانتز (در قانون آخر گرامر) برای رفع ابهام از جملات منطق گزاره ها لازم است

هوش مصنوعی و سیستم خبره



منطق گزاره ها: معنا

- ▶ معنا: بررسی درستی یا نادرستی هر جمله
- ▶ یک جمله با n نماد (گزاره) $A, B, \dots$ مفروض است. برای این جمله 2^n مدل مختلف وجود دارد. (هر گزاره ممکن است T یا F باشد)
- ▶ بررسی درستی یک جمله برای تمام مدل های ممکن، منجر به تولید جدول درستی (Truth Table) آن جمله خواهد شد.

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: جهان Wumpus در منطق گزاره ای

- ▶ تعریف نماد
- ▶ $P_{i,j}$: pit in (i,j)
- ▶ $B_{i,j}$: breeze in (i,j)
- ▶ $W_{i,j}$: Wumpus in (i,j)
- ▶ $S_{i,j}$: stench in (i,j)
- ▶ $Gold_{i,j}$: gold in (i,j)
- ▶ $G_{i,j}$: glitter in (i,j)

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: جهان Wumpus در منطق گزاره ای

► حقیقت های جهان پیش از شروع به حرکت

- $R_1 : \neg P_{1,1}$
- $R_2 : \neg W_{1,1}$
- $R_3 : B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})$
- $R_4 : B_{2,1} \Leftrightarrow (P_{1,1} \vee P_{2,2} \vee P_{3,2})$
- ...
- $R_i : S_{1,1} \Leftrightarrow (W_{1,2} \vee W_{2,1})$
- ...

$$KB = R_1 \wedge R_2 \wedge \dots \wedge R_i \wedge \dots$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



مثال: جهان Wumpus در منطق گزاره ای

► موارد ادراک شده در شروع حرکت از (۱،۱)

- $R_1 : \neg B_{1,1}$
- $R_2 : \neg S_{1,1}$
- $R_3 : \neg G_{1,1}$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



مثال: جهان Wumpus در منطق گزاره ای

▶ استنتاج در (۱،۱)

- ▶ $R_1 : \neg P_{1,2}$
- ▶ $R_2 : \neg P_{2,1}$
- ▶ $R_3 : \neg W_{1,2}$
- ▶ $R_4 : \neg W_{2,1}$
- ▶ $R_5 : \neg \text{Gold}_{1,1}$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استنتاج در منطق گزاره ها

▶ استنتاج: بررسی اینکه آیا جمله α از KB مشتق می شود یا خیر؟

$$KB \models \alpha$$

▶ روش استنتاج: پیاده سازی استلزام

◦ شمارش مدل ها و بررسی این که آیا هر مدلی که KB درست است، α نیز درست است یا خیر؟

▶ اگر n نماد (متغیر) داشته باشیم، 2^n مدل وجود خواهد داشت.

هوش مصنوعی و سیستم خبره



استنتاج در منطق گزاره ها

► Complete بودن: بلی

► Sound بودن: بلی

► پیچیدگی زمانی: $O(2^n)$

► پیچیدگی فضا: $O(n)$

مشکلات منطق گزاره ها

► سور عمومی ($\forall$) و سور وجودی ($\exists$) در آن تعریف نشده است.

► روش استنتاج در آن شامل شمارش مدل ها است و پیچیدگی $O(2^n)$ دارد. بنابراین یک مسئله NP-Complete است.

هم ارزی

Equivalent = هم ارز

$$\alpha \equiv \beta$$

گوئیم جمله α و β هم ارزند اگر: $\alpha \models \beta \wedge \beta \models \alpha$
 ° معادل این مفهوم است:

$\leftrightarrow$

مثال: $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



هم ارزی های معروف در منطق گزاره ها

- $(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$ commutativity of $\wedge$
- $(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$ commutativity of $\vee$
- $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$ associativity of $\wedge$
- $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$ associativity of $\vee$
- $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$ double-negation elimination
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$ contraposition
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$ implication elimination
- $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$ biconditional elimination
- $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ de Morgan
- $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ de Morgan
- $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$ distributivity
- $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$ distributivity

هوش مصنوعی و سیستم خبره



اعتبار و ارضا

اعتبار (Validity) یا بدیهی بودن (Tautology) ▶

- گوییم جمله α معتبر است اگر در تمام مدل های جهان صحیح باشد.
- مثال: $P \vee \neg P$ بدیهی است (همواره و در هر مدلی معتبر است)

ارضا (Satisfaction) ▶

- گوییم جمله α ارضاشدنی است، اگر حداقل یک مدل مانند m وجود داشته باشد که α در آن صحیح باشد.
- مثال: جمله $P \wedge \neg P$ ارضاشدنی نیست
- مثال: $(P \wedge Q) \vee S$ ارضاشدنی است

هوش مصنوعی و سیستم خبره



مسائل ارضاشدنی

- ▶ بررسی ارضاشدن یک جمله $\equiv$ یافتن یک جواب از دنیا برای یک مسئله
- ▶ تعیین ارضاکندگی یک جمله در منطق گزاره ها، پیچیدگی زمانی $O(2^n)$ دارد و یک مسئله NP-Complete است.
- ▶ بسیاری از مسائل در هوش مصنوعی، یک نوع مسئله بررسی ارضاکندگی هستند. مانند:
 - مسائل ارضای محدودیت (CSP)
 - پیدا کردن یک مسیر از مبدا به مقصد (بدون توجه به هزینه مسیر)

هوش مصنوعی و سیستم خبره



هم ارزی، اعتبار و ارضا

► جملات زیر هم ارزند:

◦ α معتبر است، اگر و فقط اگر $\neg \alpha$ ارضاکردنی نباشد

◦ α ارضاکننده است اگر و فقط اگر $\neg \alpha$ معتبر نباشد

► برهان خلف (عکس نقیض) یا Contraposition

$$(A \rightarrow B) \equiv (\neg B \rightarrow \neg A)$$

قوانین استنتاج در منطق گزاره ها

► قیاس استثنایی (Modus Ponens)

$$\frac{a, a \Rightarrow b}{b}$$

► حذف عطف (And Elimination)

$$\frac{a \wedge b}{a}$$

قوانین استنتاج در منطق گزاره ها

- $(\alpha \wedge \beta) \equiv (\beta \wedge \alpha)$ commutativity of $\wedge$
- $(\alpha \vee \beta) \equiv (\beta \vee \alpha)$ commutativity of $\vee$
- $((\alpha \wedge \beta) \wedge \gamma) \equiv (\alpha \wedge (\beta \wedge \gamma))$ associativity of $\wedge$
- $((\alpha \vee \beta) \vee \gamma) \equiv (\alpha \vee (\beta \vee \gamma))$ associativity of $\vee$
- $\neg(\neg\alpha) \equiv \alpha$ double-negation elimination
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\beta \Rightarrow \neg\alpha)$ contraposition
- $(\alpha \Rightarrow \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \beta)$ implication elimination
- $(\alpha \Leftrightarrow \beta) \equiv ((\alpha \Rightarrow \beta) \wedge (\beta \Rightarrow \alpha))$ biconditional elimination
- $\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv (\neg\alpha \vee \neg\beta)$ de Morgan
- $\neg(\alpha \vee \beta) \equiv (\neg\alpha \wedge \neg\beta)$ de Morgan
- $(\alpha \wedge (\beta \vee \gamma)) \equiv ((\alpha \wedge \beta) \vee (\alpha \wedge \gamma))$ distributivity
- $(\alpha \vee (\beta \wedge \gamma)) \equiv ((\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma))$ distributivity

هر یک از قوانین فوق می تواند در استنتاج استفاده شود

هوش مصنوعی و سیستم خبره



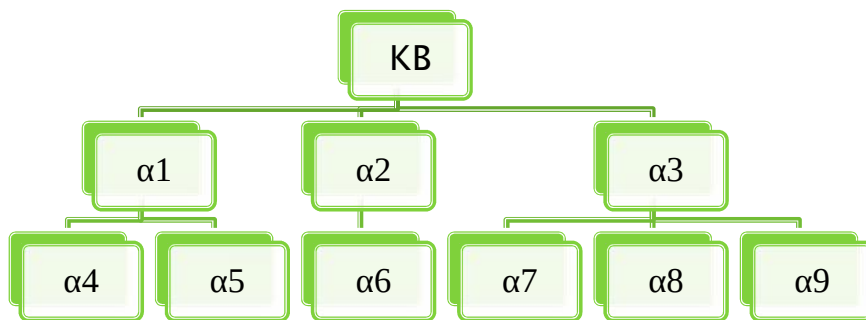
اثبات (Proof)

- تعریف: دنباله ای از قوانین استنتاج، جهت اشتقاق جملات و نشان دادن صحت یک جمله
- نحوه پیاده سازی: استفاده از الگوریتم های جستجوی ناآگاهانه و آگاهانه جهت یافتن مسیر (دنباله) مناسب از قوانین استنتاج، جهت اثبات یک جمله
- اثبات از نظر حجم محاسباتی در بدترین حالت مشابه شمارش مدل خواهد بود. اما در حالت کلی به خاطر اینکه فقط جملات صحیح از KB را استفاده کرده و جملات جدید را از آن مشتق می کند، پیچیدگی زمانی کمتری دارد.

هوش مصنوعی و سیستم خبره



اثبات (Proof)



گره ها: جملات قابل اشتقاق (استلزام) از **KB** با استفاده از روش های استنتاج
پال ها: روش های استنتاج

هوش مصنوعی و سیستم خبره



اثبات (Proof)

- ▶ آیا اثبات **sound** است؟
- ▶ اثبات همواره یک استنتاج **sound** است. یعنی هیچگاه جملات نادرست تولید نمی کند.
- ▶ آیا اثبات کامل (**complete**) است؟
- ▶ حتی اگر الگوریتم جستجو کامل باشد، اما تعداد قوانین استنتاج ناکامل باشد، اثبات کامل نیست. زیرا نمی تواند تمام جملات قابل اشتقاق (استنتاج) را بدست آورد.

هوش مصنوعی و سیستم خبره



یکنوایی (Monotonicity)

► فرض کنید n جمله مانند α_i از KB قابل اشتقاق (استنتاج) باشد

$$KB \models \alpha_i$$

► حال فرض کنید یک جمله مانند β به KB اضافه شود، آنگاه تعداد جملات قابل اشتقاق (استنتاج) از $KB \wedge \beta$ ، m ، $m \geq n$ خواهد شد و تمام جملاتی که قبلاً اشتقاق (استنتاج) شده اند، صحیح است.

$$KB \wedge \beta \models \alpha_i$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



قانون Resolution

► با استفاده از یک الگوریتم جستجوی کامل و قانون Resolution به تنهایی می توان به یک استنتاج sound و کامل (complete) دست یافت.

► اگر جمله m و l_i نقیض هم باشند، یعنی $m = \neg l_i$ ، آنگاه:

$$\frac{(l_1 \vee \dots \vee l_k) \wedge m}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k}$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



قانون Resolution واحد

► اگر جمله m و l_i نقیض هم باشند، یعنی $m = \neg l_i$ ، آنگاه:

$$\frac{(l_1 \vee \dots \vee l_k) \wedge m}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k}$$



$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, m}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k}$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



کوییز

► ثابت کنید قانون Resolution واحد صحیح است.

► اگر جمله m و l_i نقیض هم باشند، یعنی $m = \neg l_i$ ، آنگاه:

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, m}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k}$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



قانون Resolution کامل (تعمیم یافته)

► اگر جمله m_j و l_i نقیض هم باشند، یعنی $m_j = \neg l_i$ ، آنگاه:

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

قانون Resolution

► قانون Resolution فقط بر روی جملاتی قابل استفاده است که ترکیب فصلی (or) چند متغیر باشند.

$$\frac{l_1 \vee \dots \vee l_k, m_1 \vee \dots \vee m_n}{l_1 \vee \dots \vee l_{i-1} \vee l_{i+1} \vee \dots \vee l_k \vee m_1 \vee \dots \vee m_{j-1} \vee m_{j+1} \vee \dots \vee m_n}$$

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

فرم نرمال عطفی (CNF)

► CNF = Conjunctive Normal Form

► ترکیب CNF چند متغیر یعنی ترکیب عطفی (and) جملاتی که هر یک از این جملات ترکیب فصلی (or) متغیرها هستند.

$$(A \vee B) \wedge \underbrace{(A \vee C \vee D)}_{\text{Closure/Clause}} \wedge (B \vee D)$$

Literal

هوش مصنوعی و سیستم خبره



فرم نرمال عطفی (CNF)

► الگوریتم بدست آوردن فرم نرمال عطفی (CNF)

A. جدول درستی جمله را تهیه می کنیم.

B. سطرهایی که در آن صفر وجود دارد را در قالب یک closure به صورت ترکیب فصلی (or) بیان می کنیم

C. تمام closure ها را به صورت ترکیب عطفی (and) می نویسیم.

هوش مصنوعی و سیستم خبره



فرم نرمال عطفی (CNF)

► مثال: تبدیل یک جمله منطقی به فرم نرمال عطفی (CNF)

A	B	C	$A \leftrightarrow \neg(B \wedge C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$$A \leftrightarrow \neg(B \wedge C) =$$

$$\begin{aligned} & (A \vee B \vee C) \wedge \\ & (A \vee B \vee \neg C) \wedge \\ & (A \vee \neg B \vee C) \wedge \\ & (\neg A \vee \neg B \vee \neg C) \end{aligned}$$

الگوریتم Resolution

► می خواهیم از الگوریتم استنتاج Resolution جهت بررسی اینکه آیا جمله α از KB مشتق می شود یا خیر، استفاده کنیم.

$$KB \models \alpha$$

► برای این منظور باید نشان دهیم $KB \wedge \neg \alpha$ ارضاکننده نیست. چرا؟!
 ◦ باید اعتبار جمله شرطی $KB \models \alpha$ با استفاده از برهان خلف ثابت شود.

الگوریتم Resolution

- مراحل الگوریتم Resolution:
- ابتدا $KB \wedge \neg \alpha$ را فرض می کنیم.
- سپس با استفاده از یک جستجوی کامل و قانون استنتاج Resolution، سعی می کنیم جملات جدیدی تولید کنیم.
- شرط پایان:
 - اگر عبارت تهی بدست آمد، یعنی $KB \wedge \neg \alpha$ ارضاکننده نیست و در نتیجه $KB \models \alpha$ برقرار است.
 - اگر دیگر نتوان عبارت جدیدی تولید کرد، یعنی $KB \models \alpha$ برقرار نیست.

هوش مصنوعی و سیستم خبره



الگوریتم Resolution

Proposition Logic

```
function PL-RESOLUTION( $KB, \alpha$ ) returns true or false
   $clauses \leftarrow$  the set of clauses in the CNF representation of  $KB \wedge \neg \alpha$ 
   $new \leftarrow \{ \}$ 
  loop do
    for each  $C_i, C_j$  in  $clauses$  do
       $resolvents \leftarrow$  PL-RESOLVE( $C_i, C_j$ )
      if  $resolvents$  contains the empty clause then return true
       $new \leftarrow new \cup resolvents$ 
    if  $new \subseteq clauses$  then return false
   $clauses \leftarrow clauses \cup new$ 
```

هوش مصنوعی و سیستم خبره



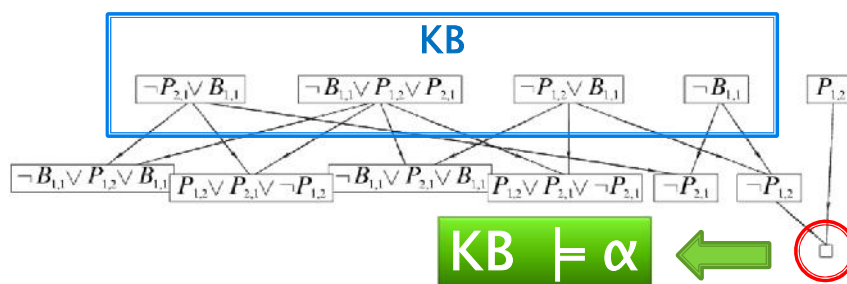
الگوریتم Resolution

مثال:

► $KB = (B_{1,1} \Leftrightarrow (P_{1,2} \vee P_{2,1})) \wedge \neg B_{1,1}$

► $\alpha = \neg P_{1,2}$

► بررسی اینکه آیا $KB \models \alpha$ صحیح است یا خیر؟



هوش مصنوعی و سیستم خبره



عبارت هورن (Horn Clause)

► ترکیب فصلی لیترال هایی که فقط یک لیترال مثبت دارد.

$$\neg A \vee B \vee \neg C \vee \neg D$$

► قابل تبدیل به شکل شرطی برای استفاده در استلزام

$$(A \wedge C \wedge D) \rightarrow B$$

► استفاده از الگوریتم های زنجیره پیشرو و زنجیره عقبگرد برای استنتاج

► خطی بودن پیچیدگی زمانی استنتاج در عبارات هورن نسبت به اندازه آنها

هوش مصنوعی و سیستم خبره



عبارت هورن

► عبارت هورن بدون جمله مثبت

- نشان دهنده وجود خطا در حقایق (دانسته ها) است
- به آن محدودیت جامع بودن (integrity constraint) هم می گویند

$$\neg A \vee \neg B$$

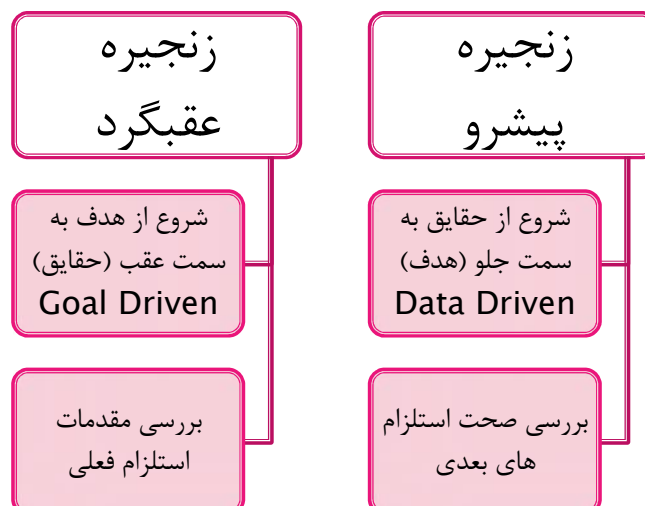
$$\neg A \vee \neg B \Rightarrow (A \wedge B) \rightarrow False$$

► عبارت هورن بدون جمله منفی

- برای نمایش حقیقت

C

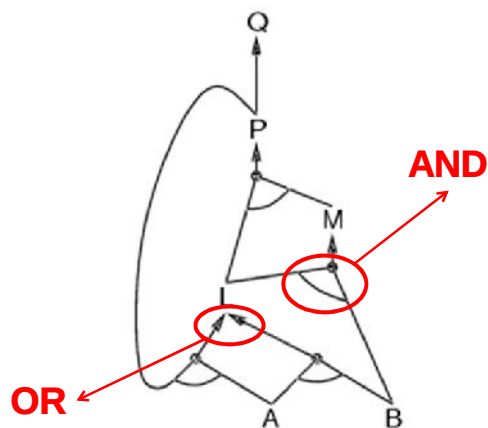
زنجیره پیشرو و زنجیره عقبگرد



مثال: زنجیره پیشرو و زنجیره عقبگرد

► گراف KB که فقط شامل عبارات هورن است.

$P \Rightarrow Q$
 $L \wedge M \Rightarrow P$
 $B \wedge L \Rightarrow M$
 $A \wedge P \Rightarrow L$
 $A \wedge B \Rightarrow L$
 A
 B

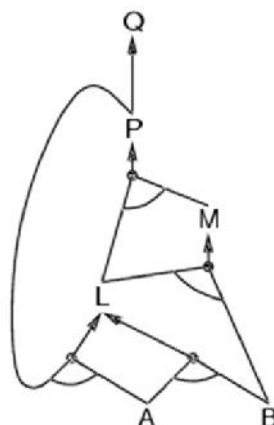


هوش مصنوعی و سیستم خبره



مثال: زنجیره پیشرو

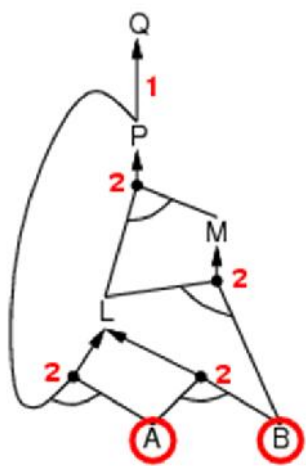
$P \Rightarrow Q$
 $L \wedge M \Rightarrow P$
 $B \wedge L \Rightarrow M$
 $A \wedge P \Rightarrow L$
 $A \wedge B \Rightarrow L$
 A
 B



هوش مصنوعی و سیستم خبره

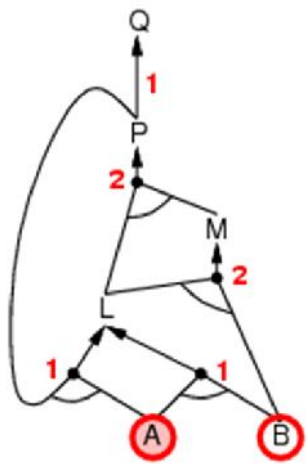


مثال: زنجیره پیش‌رو



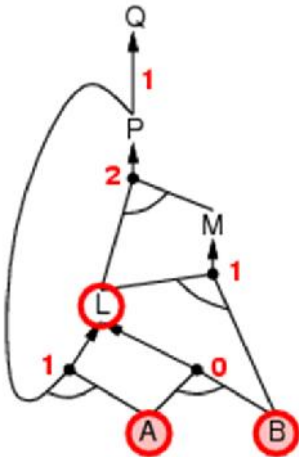
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره پیش‌رو



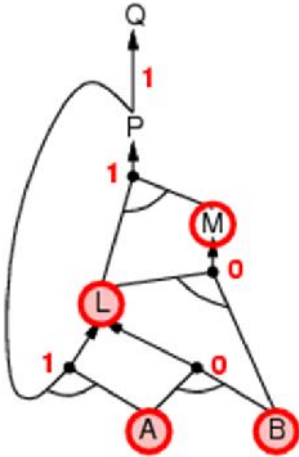
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره پیش‌رو



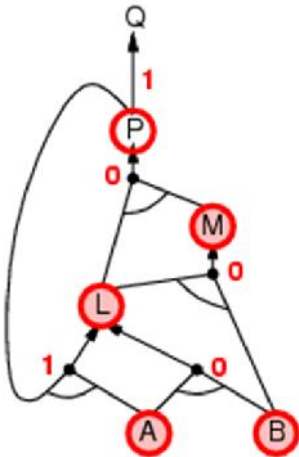
هوش مصنوعی و سیستم خبره

مثال: زنجیره پیش‌رو



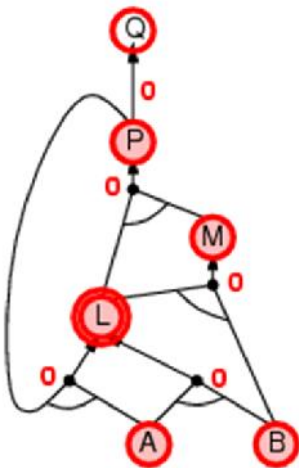
هوش مصنوعی و سیستم خبره

مثال: زنجیره پیش‌رو



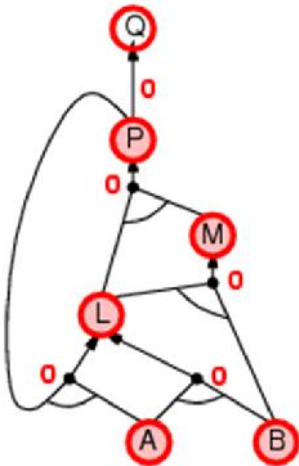
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره پیش‌رو



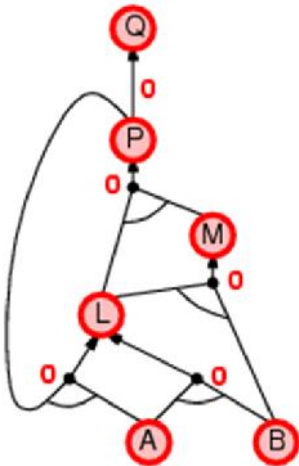
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره پیش‌رو



هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

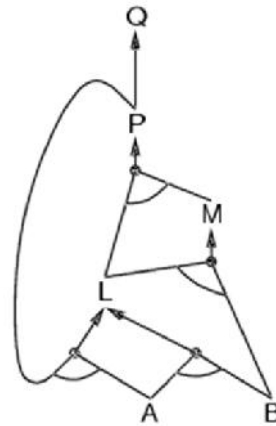
مثال: زنجیره پیش‌رو



هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره عقبگرد

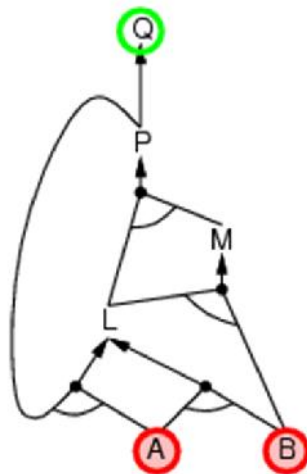
$P \Rightarrow Q$
 $L \wedge M \Rightarrow P$
 $B \wedge L \Rightarrow M$
 $A \wedge P \Rightarrow L$
 $A \wedge B \Rightarrow L$
 A
 B



هوش مصنوعی و سیستم خبره



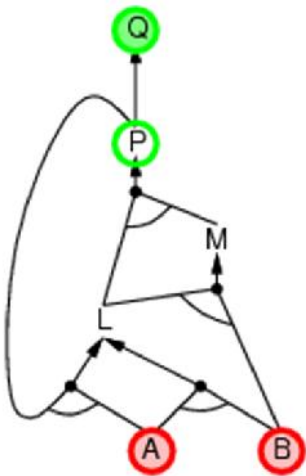
مثال: زنجیره عقبگرد



هوش مصنوعی و سیستم خبره

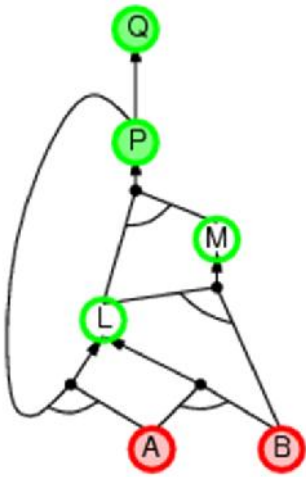


مثال: زنجیره عقبگرد



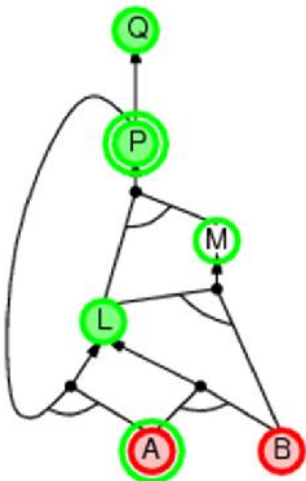
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره عقبگرد



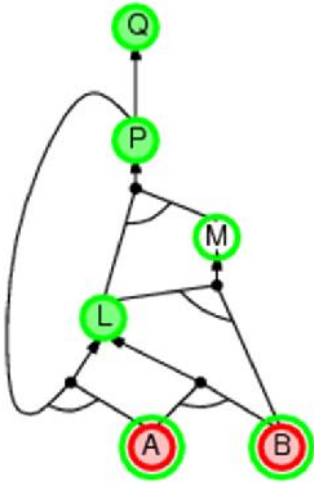
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره عقبگرد



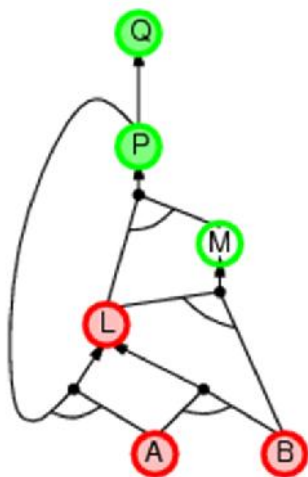
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره عقبگرد



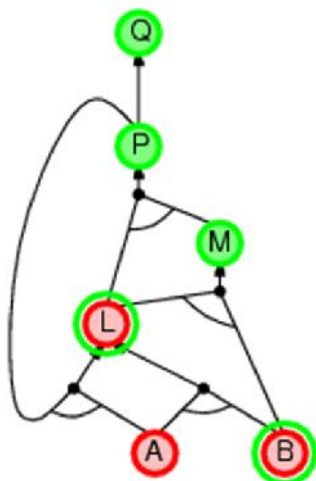
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره عقبگرد



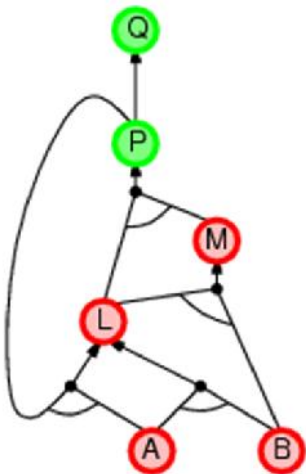
هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

مثال: زنجیره عقبگرد

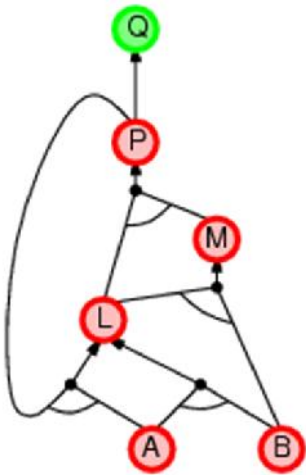


هوش مصنوعی و سیستم خبره □□

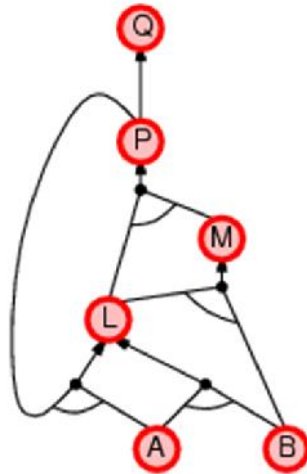
مثال: زنجیره عقبگرد



مثال: زنجیره عقبگرد



مثال: زنجیره عقبگرد



هوش مصنوعی و سیستم خبره



شبهت زنجیره پیشرو و زنجیره عقبگرد

KB باید فقط شامل عبارات هورن باشد

sound است

کامل است

پیچیدگی زمانی $O(|KB|)$

هوش مصنوعی و سیستم خبره



تفاوت زنجیره پیش رو و زنجیره عقبگرد

زنجیره پیش رو	زنجیره عقبگرد
Data driven	Goal driven
تولید نتایج (حقایق) جدید بدون هدف	بررسی یک هدف مشخص بر اساس حقایق موجود
استنتاج کلی برای تولید دانش جدید	پاسخ به سوال کاربر
بررسی و تولید هر جمله ممکن	فقط بررسی جملات مرتبط
مدت زمان بیشتر برای استنتاج	مدت زمان کمتر برای استنتاج

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

خلاصه روش های استنتاج

شمارش مدل (Model Controller)

• $KB \models \alpha$ وقتی صحیح است که به ازای تمام مدل ها $KB \subseteq \alpha$ باشد.

بازگشت به عقب (Back Tracking)

• $KB \models \alpha$ وقتی صحیح است که $KB \wedge \neg \alpha$ ارضاکردنی نباشد.

جستجوی محلی (Local Search)

• $KB \models \alpha$ وقتی صحیح است که $KB \wedge \neg \alpha$ ارضاکردنی نباشد.

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

استنتاج مبتنی بر شمارش مدل

- اولین و ساده ترین روش استنتاج، بررسی استلزام بود که برای بررسی صحت $KB \models \alpha$ ابتدا تمام مدل ها تولید می شود، سپس بررسی می شد که آیا $KB \subseteq \alpha$ برقرار است یا خیر.

مرتبۀ زمانی الگوریتم $O(2^n)$ است.

- عیب: تمام مدل های ممکن برای بررسی $KB \subseteq \alpha$ باید تولید شود.
- مزیت: جستجو کامل است.

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

استنتاج مبتنی بر الگوریتم بازگشت به عقب

- اگر $KB \wedge \neg \alpha$ ارضاکردنی نباشد، آنگاه $KB \models \alpha$
- بنابراین با جستجو در فضای حالت، به دنبال مدلی می گردد که باعث شود $KB \wedge \neg \alpha$ ارضا شود.

مرتبۀ زمانی الگوریتم $O(2^n)$ است.

- عیب: در بدترین حالت باید تمام مدل ها بررسی شوند. اما اگر یک مدل پیدا شود که $KB \wedge \neg \alpha$ را ارضا کند، جستجو متوقف می شود.
- مزیت: جستجو کامل است.

- روش DPLL (Davis-Putnam-Logemann-Loveland) از این دسته است، اما یک جستجوی آگاهانه است.

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

استنتاج مبتنی بر جستجوی محلی

- ▶ اگر $KB \wedge \neg \alpha$ ارضا کردنی نباشد، آنگاه $KB \models \alpha$
- ▶ بنابراین با جستجو در فضای حالت (نه لزوماً تمام فضا)، به دنبال مدلی می گردد که باعث شود $KB \wedge \neg \alpha$ ارضا شود. (همانند یک مسئله CSP)
- مرتبه زمانی الگوریتم $O(n)$ است.
- عیب: این روش معمولاً وقتی استفاده می شود که بخواهیم نتیجه بگیریم $KB \models \alpha$ برقرار نیست. چون جستجوی محلی کامل نیست.
- مزیت: جستجو سریع است.

▶ روش WALKSAT بر مبنی الگوریتم تپه نوردی از این دسته است.

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

جمله k -CNF

- ▶ تعریف k -CNF: یک جمله CNF که عبارت های آن شامل k لیترال باشند.
- ▶ برای k ثابتی از جملات k -CNF، m را تعداد عبارت های جمله و n را تعداد گزاره ها (متغیرها) قرار می دهیم.
- ▶ مثال:

- ▶ $(\neg A \vee \neg B \vee C) \wedge (B \vee \neg D \vee \neg E)$
 - $k=3$ (3-CNF)
 - $m=2$
 - $n=5$ (A,B,C,D,E)

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

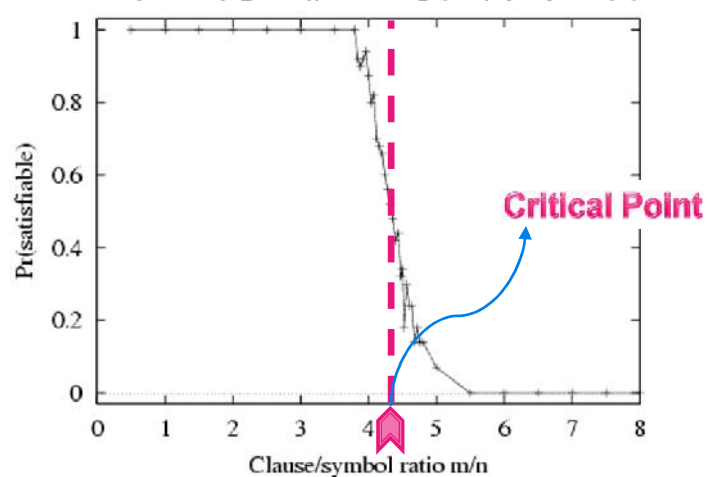
جمله k -CNF

- ▶ با فرض k ثابت در k -CNF داریم:
- ▶ هر چه کسر m/n کوچکتر باشد (به سمت صفر میل کند)، احتمال قابل ارضا بودن جمله بیشتر است (به سمت یک میل می کند)
- ▶ هر چه کسر m/n بزرگتر باشد (به سمت بی نهایت میل کند)، احتمال قابل ارضا بودن جمله کمتر است (به سمت صفر میل می کند)

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

مسائل قابل ارضای سخت

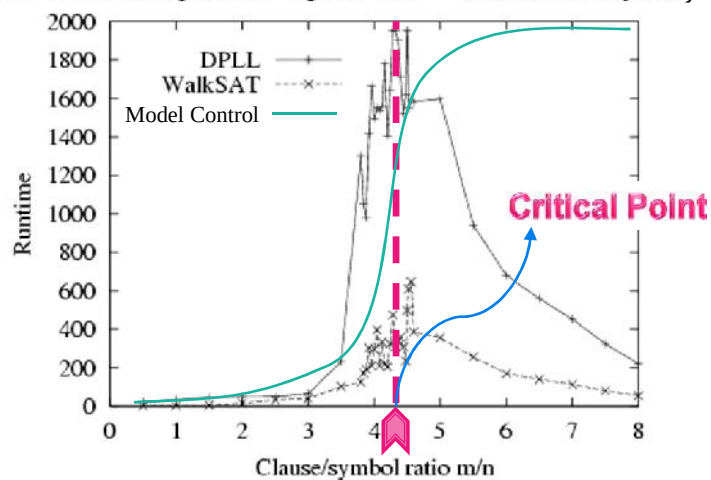
نمودار احتمال قابل ارضا بودن جمله به صورت تابعی از m/n برای 3-CNF



هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

مسائل قابل ارضای سخت

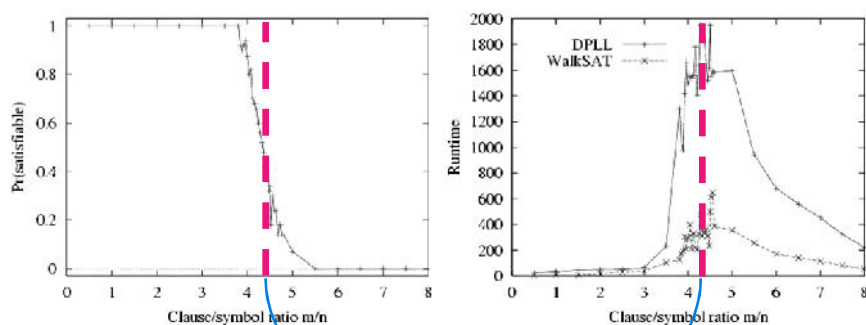
نمودار زمان اجرای الگوریتم در ۱۰۰ جمله تصادفی به صورت تابعی از m/n برای 3-CNF



هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

مسائل قابل ارضای سخت

برای 3-CNF نقطه بحرانی حدودا در $m/n=4.3$ رخ می دهد



Critical Point

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

مسائل قابل ارضای سخت

m/n کوچک

- تعداد جملات کم، قیود کم
- سرعت بررسی جملات زیاد، احتمال ارضا شدن زیاد

m/n متوسط (حالت بحرانی)

- تعداد جملات متوسط (عیب)، قیود متوسط (عیب)
- سرعت بررسی بسیار کند، احتمال ارضا شدن حدود ۵۰٪ (تصادفی)

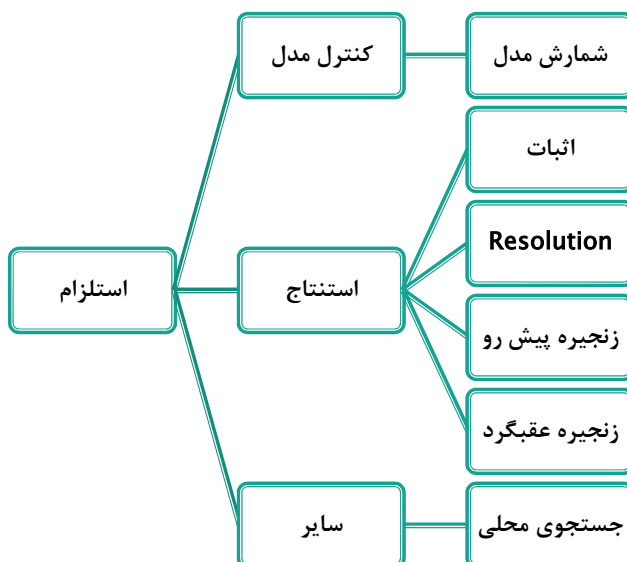
m/n بزرگ

- تعداد جملات زیاد، قیود زیاد
- سرعت بررسی جملات نسبتاً زیاد، احتمال ارضا شدن کم

هوش مصنوعی و سیستم خبره



خلاصه



هوش مصنوعی و سیستم خبره



برخی اصطلاحات

فارسی	انگلیسی
ایجاب (شرط)	Implication
ایجاب دو طرفه (شرط دو طرفه)	Bidirectional Implication
استلزام	Entailment
استنتاج	Inference
قیاس (استنباط) از کل به جز	Deduction
قیاس (استنباط) از جز به کل	Induction
برهان خلف (عکس نقیض)	Contraposition

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

برخی اصطلاحات

فارسی	انگلیسی
استنتاج دقیق (اثبات)	Sound Inference
هم ارزی	Equivalency
اعتبار	Validity
ارضا	Satisfaction
قیاس استثنایی	Modus Ponens
زنجیره پیش‌رو	Forward Chaining
زنجیره عقب‌گرد	Backward Chaining

هوش مصنوعی و سیستم خبره □□□

برخی اصطلاحات

فارسی	انگلیسی
اصل (اصل بدیهی بدون اثبات)	Axiom
لیترال	Literal
بستار	Closure
عبارت	Clause
نحو	Syntax
معنا	Semantic
فرم نرمال عطفی	CNF (Conjunctive Normal Form)